JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO

MATEMATIIKAN JA
TILASTOTIETEEN LAITOS

Logiikka **3. harjoitustehtävät 1.10.2007**

Tilatut kirjat ovat tulleet ja ne on haettava viimeistään torstaina 27.9. Muuten myyn ne muille. Jos et pääse paikalle, jätä sana vaikka tekstarilla 050-4652301.

Kolmiosaiset numerot ovat Salmisen ja Väänäsen kirjasta.

Vaihtoehtotehtävät ovat Lassi Kuritun kirjasta. Sekä tehtävät että niiden ratkaisut ovat sivulla http://www.math.jyu.fi/∼lkurittu/logiikka.pdf .

Semantiikkaa:

1. (2.5.4) Esitä semanttinen todistus tautologialle $\neg(A \to B) \leftrightarrow (A \wedge \neg B)$.

Päätelysääntöjä: Päättele seuraavista 7 valitsemaasi!

2. (2.6.1) $\{(A \wedge B) \wedge C\} \vdash (A \wedge C) \wedge (B \wedge C)$

3. (2.6.2) $\{(A \vee \neg B) \to \neg\neg C, \neg B)\} \vdash C$.

4. (2.6.3) $\{A\} \vdash \neg\neg A$.

5. (2.6.4) $\{A \leftrightarrow B, B \leftrightarrow C\} \vdash A \leftrightarrow C$.

6. (2.6.5) $\{(A \vee B) \vee C\} \vdash (A \vee C) \vee (B \vee C)$.

7. (2.6.6) $\{A \wedge B\} \vdash A \to B$.

8. (2.6.7) $\{A \to \neg A\} \vdash \neg A$.

9. (2.6.8) $\{(A \wedge B) \vee C\} \vdash (A \vee C) \wedge (B \vee C)$.

10. (2.6.9) $\{(A \vee B) \wedge C\} \vdash (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$.

11. (2.6.10) $\vdash (A \to (B \to C)) \to (B \to (A \to C))$.

12. (2.6.11) $\vdash (A \to B) \leftrightarrow (\neg B \to \neg A)$.

Täydellisyyslause

13. (2.7.1) Todista eheyslauseen todistuksesta kohdat (3) ja (4).

KÄÄNNÄ

Vaihtoehto: Kuritun monisteen mukaisen systeemin päättelytehtäviä

14. tehtävä 4 .

15. tehtävä 5 tai 6.

16. tehtävä 7.

17. tehtävä 8, 9 tai 10.

18. tehtävä 11 .

19. tehtävä 12 tai 13.

20. tehtävä 14 tai 15.

Lisätehtäväjono asiasta kiinnostuneille, etenkin tietojekäsittelijöille:

1. (2.4.5) Osoita, että $\{\wedge, \vee\}$ ei ole täydellinen konnektiivijoukko, vaan on olemassa totuusfunktio, jota ei voi ilmaista pelkästään näillä konnektiiveilla.

2. Joko **a) (2.4.7)** Osoita, että yhden konnektiivin joukko $\{|\}$ on ed. mielessä täydellinen konnektiivijoukko. Tässä $|$ on *Shefferin viiva*, ts sellainen konnektiivi, että $(p_0|p_1)$ on tosi aina, paitsi silloin, kun p_0 ja p_1 ovat molemmat tosia.

tai sitten **b) (2.4.8)** Osoita, että yhden konnektiivin joukko $\{\downarrow\}$ on täydellinen konnektiivijoukko. Tässä $\downarrow$ on *Peircen nuoli*, eli NAND, ts sellainen konnektiivi, että $(p_0 \downarrow p_1)$ on epätosi aina, paitsi silloin, kun p_0 ja p_1 ovat molemmat epätosia.

3. (2.4.10) Osoita, että Shefferin viiva ja Peircen nuoli ovat ainoat 2-paikkaiset konnektiivit, jotka yksinään ovat täydellisiä.