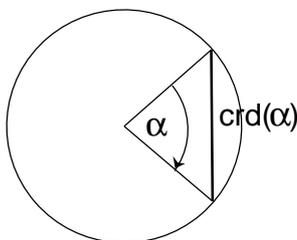


1. Laske toruksen tilavuus Pappuksen ja Guldinin säännöllä, joka liittyy pyörähdyskappaleen leikkauspinnan painopisteeseen (johtamatta sitä, ellei itse halua).
2. Tee pieni jännetaulukko *Hipparkhoksen kaavaa* käyttämällä ja Hipparkhoksen yksiköihin, toisin sanoen valiten pallon säteeksi ykkösen sijasta 60. Huomaa siis aluksi, että on valittu mittakaavaksi  $\text{crd}(60^\circ) = R = 60$ . Käytä sitten puolen kulman jänteen kaavaa

$$\text{crd} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{R(2R - \text{crd}(180 - \alpha))}$$

ja sen kaverina Pythagoraan lausetta muodossa  $\text{crd}(180 - \alpha) = \sqrt{(2R)^2 - \text{crd}^2(\alpha)}$ . Neliöjuuret saat katsoa laskimesta. Osaatko ohjelmoida koneen tekemään näitä hommia?



3. Selitä miksi ekliptikan (eli maan ratatason) ja päiväntasaajan (tason) välinen kulma (oikeastaan tasojen normaalien välinen kulma) voidaan selvittää mittamalla Jyväskylässä auringon korkeus (= kulma horisontista auringon alareunaan) keskipäivällä juhannuksena ja jouluna. Mitä pitää laskea?
4. Päättele itse, mihin kellonaikaan paikallista aikaa aurinko nousee Helsingissä (60 astetta pohjoista leveyttä) sellaisena päivänä, jona aurinko on keskipäivällä 30 astetta horisontin yläpuolella (Oleta aurinko pisteeksi.)
5. Boyer: "Revival and decline of greek mathematics" No. 4 ja toinenkin samasta sarjasta.
6. Diofantoksen esimerkki: Etsi kaksi (rationaalista!) neliölukua, joilla on annettu erotus (D:llä 60, entä osaatko yleisesti.).
7. Suorita kertolasku 124 kertaa 21 (tai 372 kertaa 82 ) kiinalaisella helmitaululla (Suan-Pan). Piirrä välivaiheet sarjakuvana. Helmitaulun käyttöohjeet jaetaan demolaatikkoon ja ovat myös Kahanpään kotisivulla.

KÄÄNNÄ

8. *Kiinalainen jäännösongelma* Mestari Sunin matematiikkikirjassa (*Sunzi suanjing* noin vuodelta 300) on seuraava tehtävä, hieman nykyaikaisin sanankääntein ilmaistuna:

Pussissa on karkkeja. Kun niitä jaetaan tasan kolmelle namujen ystävälle, jää pussiin lopulta 2. Jos jateaan 5:lle, jää 3. Jos jaetaan 7:lle, jää 2. Kuinka monta karkkia pussissa on?

Kuinka monta? Esitä moderni ratkaisu.

9. Sunzin ratkaisuohe edelliselle on sanallinen ja moneen kertaan käännetynä seuraavanlainen:

*Kun jaetaan komelle ja jäännös on 2, laita (muistiin) 140. Kun jaat viidelle ja jäännös on 3, laita 63. Kun jaat seitsemälle ja jäännös on 2, laita 30. Laske muistiluvut yhteen, niin saat 233. Tästä pois 210 antaa 23.*

Sunzi selittää lisää: *Kolmosella jaettaessa laitetaan jokaista jäännöstä kohti muistiin 70, jokaista viitosella jäävää kohti laitetaan 21 ja seitsemällä jaettaessa 15. Jos summa on 106 tai yli, niin poista 105 ja saat tuloksen. Onko oikein? Siinäkö kaikki?*

10. Paljon myöhemmin — Song-dynastian aikana vuonna 1247 - Qin Jiushao julkaisi yleisen menetelmän lineaaristen kongruenssien ratkaisemiseksi. Esimerkki: Veroja kerätään 7 kaupungista, A, B, ... G. Kukin kaupunki joutuu maksamaan  $N$  megayania, siis yhtä paljon. Rahat tuodaan A-kaupungista 12 megayanin laatikoissa, B-kaupungista 11 megayanin laatikoissa ...kaupungista G 6 megayanin laatikoissa. Täysien laatikoiden lisäksi A-kaupunki maksaa 10 megayania, D ja G maksavat 4 ja muilta menee tasan. Kuinka paljon veroja kannetaan? Koeta ratkasita. Jos et osaa, koeta selvittää, mikä on vaikeaa.