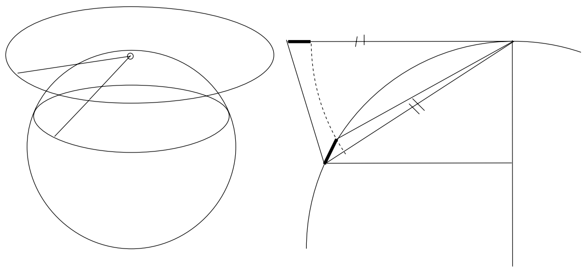
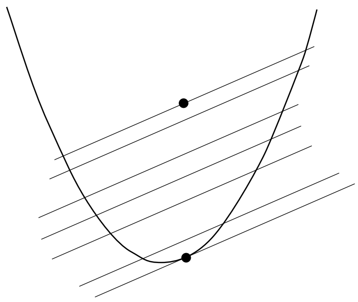
Matematiikan historia 2007
Harjoitus 4 (Luonnos) ma 5.2. 14-16 MaD 380 , 16-18 MaD 355.

1. Johda Arkhimedeen tulos, jonka mukaan pallon kalotin ala on sama kuin ympyrän, jonka säde on yhtä pitkä kuin kalotin huipusta sen pohjan kehälle ulottuva jana. (Voit tarkistaa tuloksen integroiden. Erikoistapauksena saadaan koko pallon ala!)



2. Hahmottele (tai esitä!) tyhjennys- eli ekshaustiotodistus sille, että samankorkuisten sylinterien tilavuudet suhtautuvat toisiinsa kuten niiden pohjien alat (Eukleides 'Alkeet'. lause XII.11)

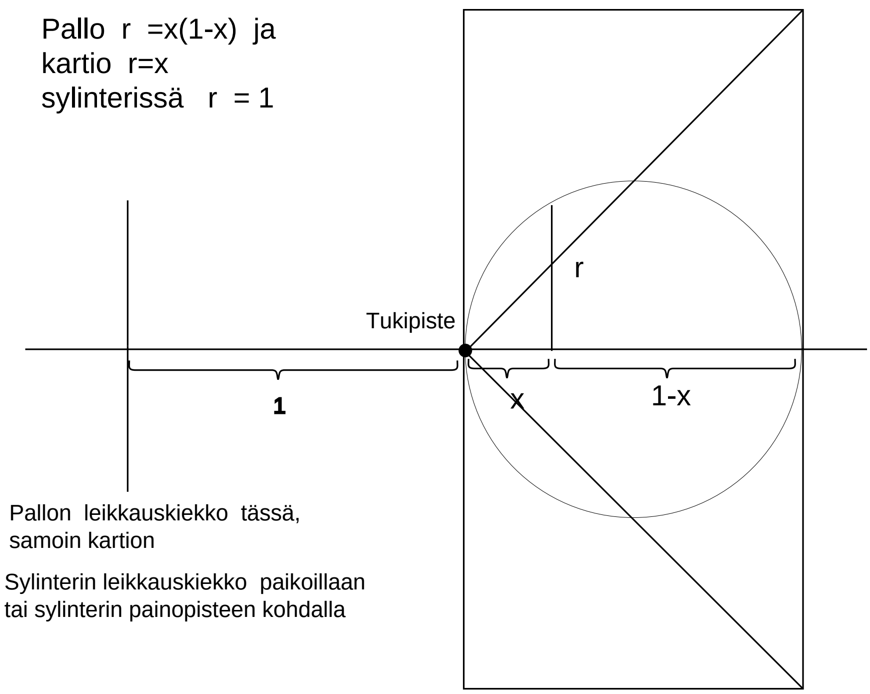
3. Todista, että yhdensuuntaisten suorien paraabelista leikkaamien janojen keskipisteet ovat samalla suoralla, "lävistäjällä". Käytä analyyttistä geometriaa, jos et osaa selvittää asiaa kartion avulla tai muulla vanhalla tavalla.



Kuva paraabelinsegmenteistä

4. Ratkaise jokin Boyerin tehtävistä sarjasta "Archimedes of Syracuse".

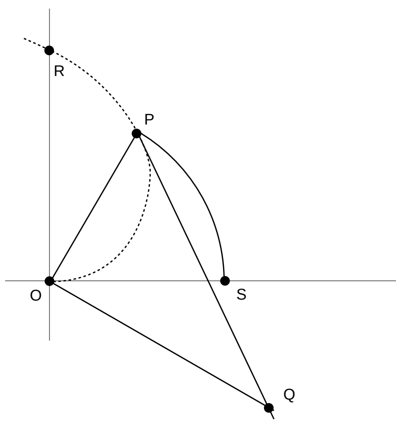
5. Boyerin tehtävä "Arkhimedes No. 16": Laske pallosegmentin **tilavuus** joko nykyaikaisella integroinnilla tai Arkhimedeen punnitustekniikalla. (Kirjassa on pieni virhe. Ao. kuvassa toivottavasti ei.)



6. Jaa mielivaltainen kulma kolmeen yhtäsuureen osaan Arkhimedeen spiraalin, (nykymerkinnöin napakoordinaaetissa $r = a \cdot \phi$) harpin ja viivoittimen avulla.

7. Miten ympyrä neliöidään Arkhimedeen spiraalin avulla? Koeta käyttää seuraavaa spiraalin tangenttia koskevaa Arkhimedeen tuntemaa tulosta:

(Leikatkoon spiraalin OPR pisteseen P piirretty tangentt janalle OP pisteeseen O piirrteyn normaalin pisteessä Q. Tällöin pisteen P *subtangentti* eli jana OQ on yhtä pitkä kuin spiralin alkupisteen (ei "ulkopisteen", kuten kirjassa lukee) tangentin (eli napakoordinaatiston akselin) ja suoran OP väliin jäävä O-keskisen OP-säteisen ympyrän kaari.



8. (jatkoa?) Koeta todistaa em. aputulos modernein keinoin.