Matematiikan historia 2001
Harjoitus 2
Demoaika **ke 26.9.2001** **klo. 8.30-10** **MaD 380**

1. Tehtävän tarkoituksena on mm. saada tuntumaa 60-järjestelmän tehokkuuteen.

a) Kuinka kauas on 10 pennin kolikko vietävä, jotta se näkyisi yhden kaarisekunnin kulmassa?

b) (Likimain) kuinka monta "numeroa" $\in \{1, 2, \ldots, 59\}$ on luvun 10^n babylonialaisessa, siis hexagesimaalimuodossa. Entä kuinka pitkä 10^n on binääriluvuksi kirjoitettuna? Arvioi eri lukujärjestelmien etuja ja haittoja.

2. Babylonialaiset eivät ilmeisesti huomanneet, että esimerkiksi $\frac{1}{7}$: n heksagesimaalilauseke on jaksollinen. Huomaatko sinä?

3. a) Kirjoita 60- järjestelmässä luku 12345678987654321

b) Kirjoita saatu luku nuolenpäin.

4. Suorita laskut 60-järjestelmässä:

a) $30, 12; 19 \times 11; 22, 17$

b) $30, 12; 19 \ : \ 3; 2$

c) $\sqrt{19}$ (Pari askelta babylonialaisella algoritmilla. [KÄÄNNÄ PAPERI] Aloita luvusta 4)

5. Babylonialaisilla oli taulukoituna funktion $n^3 + n^2$ arvoja luonnollisille n. Ratkaise yhtälö

$$15x^3 + 3x^2 = 4$$

palauttamalla se "normaalimuotoon"

$$y^3 + y^2 = c$$

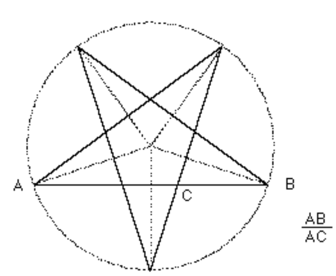
ja käyttämällä sitten (kuviteltua) taulukkoa ja tuloksen tarkentamiseksi vielä lisäksi lineaarista interpolointia.

6. Jokin Boyer'n babylonialistehtävä.

7. Jokin Suomelan babylonialistehtävä. (Sarjasta 1)

8. a) Määrää kultaisen leikkauksen jakosuhde.

b) Todista, että säännöllisen viisikannan sivut jakavat toisensa kuvan mukaiesti kultaisen leikkauksen suhteessa.



9. Kirjoita 12345678 joonialaisin numeroin.

Neliöjuuren laskemisesta.

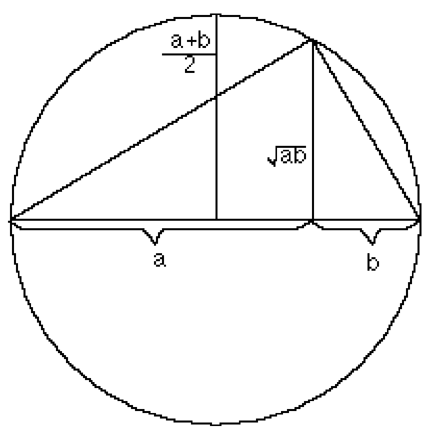
Tässä meikäläiset numerot ja laskinapu, mutta babylonialaisten algoritmi.

Laskettava $\sqrt{10}$.

$$
\begin{aligned}
a_1 &= 3 \\
b_1 &= \frac{10}{a_1} = 3,3333 \\
a_2 &= \frac{1}{2}(a_1 + b_1) = 3,16666 \\
b_2 &= \frac{10}{a_2} = 3,15789 \\
a_3 &= \frac{1}{2}(a_2 + b_2) = 3,1622 \\
b_3 &= \frac{10}{a_3} = 3,1623 \\
a_4 &= \frac{1}{2}(a_3 + b_3) = 3,1622 \\
b_4 &= \frac{10}{a_3} = 3,1623 \\
&\text{siinä välissä se on}
\end{aligned}
$$

Miksi toimii? Tämä on hyvä tilaisuus kerrata APK:n taitoja.

Erityisesti on syytä huomata, että a_1 on liian pieni, joten tietysti b_1 on liian iso. Edelleen a_2 on liian pieni, sillä kahden positiiviluvun aritmeettinen keskiarvo on pienempi kuin niiden <u>geometrinen keskiarvo</u>$\sqrt{ab}$. Katsopa kuvaa:



Menisikö laskemalla? Miten todistat loput, siis suppenemisen ja lasket raja-arvon?