Matematiikan historia 2001
Harjoitus 1 ke 19.9. klo. 8.30 - 10.00 MaD 259

Harjoitukset.

1. Kirjoita hieroglyyfein $\frac{3}{5}$.

2. Seked on käänteisen kulmakertoimen eli loivuuden (!) yksikkö. Yksi seked vastaa yhden kyynärän nousua yhden kämmenen matkalla.
(1) Mikä on yhtä sekediä vastaava kulmakerroin? Entä kahta?
(2) Mikä on vastaava kulma?
(3) Missä kulmassa vanhan valtakunnan aikana rakennettujen Kheopsin ja Khefrenin pyramidien lappeet ovat maahan nähden, kun niiden sekedit ovat $5\frac{1}{2}$ ja $5\frac{1}{4}$?

3. Ratkaise Rhindin papyruksen tehtävä numero 65: "Laske $\frac{100}{13}$" .

4. Tarkista edellisen tehtävän tulos kertolaskulla, joka on tehtävä kaksinkertaistamisen ja yhteenlaskemisen periaatteella.

5. Boyer'n kirjan Egyptiä koskevan luvun tehtävä 3.

6. Boyer'n kirjan Egyptiä koskevan luvun tehtävä 6.

7. Laske katkaistun pyramidin tilavuus, kun tunnet sen pohja- ja kattoneliöiden sivut a ja b ja sivusärmän pituuden s.

8. Ratkaise väärän sijoituksen menetelmällä: $x + \frac{1}{9}x = 35$. Käytä tavallista numerojärjestelmää.

Tarvittavia tietoja.

(1) 10-järjestelmä. Hieroglyfien $\mathbb{N}$ ja $\{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

(2) Mittayksiköt:

pituus: kyynärä on 7 kämmentä, kukin 4 sormea. 100 kyynärää on köysi, khet.

ala: setat on neliökhet, siis noin puoli hehtaaria. Pilkotaan puoliksi, neljäsosaksi, jne (Binääri !)

tilavuus on perussuure: yksikkö hekat on noin gallona eli 5 litraa.

hekatin binaariosat merkitään Horuksensilmä- merkein. Mahdollinen yhteys sarjaan $\sum 2^{-n}$.

Käänteinen kulmakerroin, eli loivuus: yksi seked on yhden kyynärän nousuun (tai laskeutumiseen) tarvittava sivusuuntainen matka KÄMMENINÄ. 45 asteen nousukulmaa vastaa siis 7 sekediä, loivempia kulmia isompi sekedluku.

"laatu": Laatu on käänteinen lukumäärä. Yksikkö "pesu" ilmoittaa yhdestä viljahekatista leivottujen leipien (tai pantujen kaljatuoppien) lukumäärään.

(3) Luonnollisten lukujen tulo: Algoritmi: "tuplaa ja summa" palauttaa kaiken helpoiksi yhteenlaskuiksi: esimerkiksi 9×5 lasketaan muodostamalla ensin luvut $5, \quad 2 \times 5, \quad 4 \times 5$ ja $\mathit{lasketaan} 8 \times 5$ ja huomaamalla, että $9 = 8 + 1$, joten $9 \times 5 = 8 \times 5 + 1 \times 5$. Taas binääri-ideat!

(4)

$$\frac{1}{n} \times \frac{1}{m}$$

lasketaan tekemällä edelliset laskutoimitukset nimittäjässä.

(5) $n \times \frac{1}{m}$ on vaikea. Samoin $\frac{n}{m}$ (samako?). Menettely on hienostunut:

$$\begin{array}{rl}
\frac{47}{33} & ? \\
\checkmark \; 1 & 33 \\
\checkmark \; \frac{1}{3} & 11 \\
\checkmark \; \frac{1}{11} & 3 \\
\hline
1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{11} & 47.
\end{array}$$

Vaikeampi tehtävä:

$$
\begin{array}{rrl}
 & \frac{33}{47} & ? \\
 & 1 & 45+2=47 \\
\checkmark & \frac{2}{3} & 30+(1+\frac{1}{3})=31+\frac{1}{3} \\
\checkmark & \frac{1}{47} & 1 \\
\checkmark & \frac{1}{94} & \frac{1}{2} \\
\checkmark & \frac{1}{282} & \frac{1}{6} \\
\end{array}
$$

$-----------$

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{47}+\frac{1}{94}+\frac{1}{282} \qquad 33$$

tai vaihtoehtoisesti:

$$
\begin{array}{rrl}
 & \frac{33}{47} & ? \\
 & 1 & 45+2=47 \\
\checkmark & \frac{1}{2} & (22+\frac{1}{2})+1=23+\frac{1}{2} \\
 & \frac{1}{5} & 9+(\frac{1}{5}\times 2) \\
\checkmark & \frac{1}{5} & 9+\frac{1}{3}+\frac{1}{15} \text{ Katsottu taulukosta !} \\
\checkmark & \frac{1}{470} & \frac{1}{10} \\
\end{array}
$$

$-----------$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{470} \qquad 33$$

Mitä kertoimia kannattaa valita pitkin matkaa? Esimerkiksi edellisessä on 1. vaiheessa valittu puolikas aika satunnaisesti (vrt. edellinen). 2. vaiheessa huomataan, että $\frac{1}{2}\times 47 = 23\frac{1}{2}$, joten jäännös, eli tavoite on $33 - 23\frac{1}{2} = 9\frac{1}{2}$. Viidennes 47:sta on jo hyvin lähellä tätä.

(6) Kirjassani arvaillaan, miten egyptiläiset kirjurit onnistuivat laatimaan $\frac{2}{n}$:n taulukon (n pariton!), joka on jaettu luennolla.

(7) Murtolukujen yhteenlaskumetodi oli periaatteessa nykyinen, siis yhteisen tekijän (nimittäjien pyj tai tulo tms.) eteenotto. Näin voi menetellä kotitehtävässä.

(8) Geometriaa ei vielä käsitelty luennolla, sekedin käsitettä (Trigonometrian alkuko??) lukuun ottamatta. Pyramidilasku siis modernila tavalla. Egyptiläisten kaava pyramidintyngän tilavuudelle on $\frac{1}{3}h(a^2+ab+b^2)$, missä h on korkeus, jonka he kyllä ovat osanneet laskea Pyhtagoraan lauseella. Neliöjuuria osattiin laskea.

Demon ratkaisuja. 3.

$$
\begin{array}{rrl}
 & \dfrac{100}{13} & \quad ? \\
\checkmark & 1 & \quad 13 \\
\checkmark & 2 & \quad 26 \\
\checkmark & 4 & \quad 52 \\
 & \dfrac{1}{13} & \quad 1 \\
 & \checkmark\dfrac{2}{3} & \quad 8+\dfrac{2}{3} \\
\checkmark & \dfrac{1}{39} & \quad \dfrac{1}{3} \\
\hdashline
 & 7+\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{39} & \quad 100
\end{array}
$$

4. Tarkistettava kertomalla takaisin tuplaussysteemillä, siis laskemalla murtolukujen tuplaustaulukkoja käyttäen (kohdassa *).

Kässäri. tähän

Varmaan on lyhempikin tapa.??