JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO

MATEMATIIKAN JA
TILASTOTIETEEN LAITOS

Matemaatiikan historia **Harjoitus 9 / 2010**

Jälkipeli. Kurssin lopuksi järjestetään excursio Historica-rakennuksen vintille, jossa on mahdollista tutustua maineikkaaseen Fredriksonin kanttakokoelmaan. Aika ilmoitetaan sähköpostilistalla ja demolaatikossa.

Kurssin lopuksi voi tulla katsomaan elokuvan Fermat'n- Wilesin suuren lauseen todistuksen keksimisestä. Aika ilmoitetaan sähköpostilistalla ja demolaatikossa.

Esseen voi kirjoittaa itse valitsemastaan aiheesta. On kuitenkin hyvä kysyä minulta, onko aihe hyvä. Esseen ideana on ottaa tuntumaa historiantutkimukseen käyttämällä hiukan alkuperäislähdettä muistuttavia dokumentteja. Esseen ei tarvitse olla pitkä, muutama sivu riittää. Halukkaat voivat pyytää monistamaan esseensä muille halukkaille. Kurssin tulos menee reksiteriin, kun tentti ja essee on hyväksytty.

Demopisteet kelpaavat kaikkiin kevään 2010 lopputentteihin riippumatta yrityskerrasta.

1. Perustele, miksi luvut 1,2,3,.....,2010 voidaan järjestää mihin tahansa järjestykseen vaihtamalla vaiheittain kerrallaan jonon kaksi lukua keskenään, jopa vain aina 2 vierekkäistä. Tarvittavien vaihtojen lukumäärä n riippuu vaihtojärjestyksestä, mutta $(-1)^n$ ei riipu. Mistä tämä johtuu? Miten tämä liittyy lineaarialgebraan?

2. Suomelan tehtävät 4 sivulta 91 (ja kerro mikä on tehtävän 5 tulos). (Sarja 8; Jatkuvuuden säilyminen, Cauchy.):

3. Suomelan tehtävä 6 sivulta 91:
Määrää seuraavien funktioiden Fourier-sarjat (ainkinn 2 kpl.)

(a) $f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{4}, \text{ kun } \frac{\pi}{2} \leq x < \frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{4}, \text{ kun } -\pi \leq x < -\frac{\pi}{2} \text{ tai } \frac{\pi}{2} \leq x < \pi \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} -x, \text{ kun } -\pi \leq x < 0 \\ x, \text{ kun } 0 \leq x < \pi \end{cases}$

(c) $f(x) = x, \text{ kun } -\pi \leq x < \pi i$

4. Määrää suppein **C**:n alikunta, johon kuuluvat
a) kaikki rationaaliluvut
b) kaikki rationaaliluvut ja $\sqrt{2}$
c) kaikki reaaliluvut ja i.
d) kaikki rationaaliluvut, $\sqrt{2}$ ja $\sqrt{3}$.

5. Yritä todistaa suoraan, että kahden algebrallisen luvun tulo ja summa ovat algebrallisisa lukuja. Toinen yritys onnistunee, toinen ei. Onko väite tosi?

6. Todista joitakin reaalilukujen perusominaisuuksia lähtemällä Dedekindin leikkauksista (Tämä tehtävä on hyvin laaja, eikä sitä käsitellä perusteellisesti, jos ollenkaan.).

7. Todista joitakin luonnollisen lukujen perusominaisuuksia lähtemällä Peanon aksioomista.

8. Muodosta jono äärettömiä joukkoja $A \subset B \subset C$ siten, että mitkään kaksi näistä eivät ole yhtä mahtavia, ts. ei ole olemassa bijektiota $A \to B$ eikä $B \to C$.