



## EGYPTI

1. Kirjoita hieroglyyfein  $\frac{3}{5}$ .
2. Boyer'n kirjan Egyptiä koskevan luvun tehtävä 6.
3. Seked on käänteisen kulmakertoimen eli loivuuden (!) yksikkö. Yksi seked vastaa yhden kyynärän (7 kämmentä!) nousua yhden kämmenen matkalla.
  - (1) Mikä on yhtä sekediä vastaava kulmakerroin? Entä kahta?
  - (2) Mikä on vastaava kulma?
  - (3) Missä kulmassa vanhan valtakunnan aikana rakennettujen Kheopsin ja Khefrenin pyramidien lappeet ovat maahan nähden, kun niiden sekedit ovat  $5\frac{1}{2}$  ja  $5\frac{1}{4}$  ?
4. Ratkaise Rhindin papyruksen tehtävä numero 65: "Laske  $\frac{100}{13}$ ".
5. Tarkasta edellisen tehtävän tulos kertolaskulla, joka on tehtävä kaksinkertaistamisen ja yhteenlaskemisen periaatteella. (Muistaakseni aika työläs lasku. Vai onko?)
6. a) Boyer'n kirjan Egyptiä koskevan luvun tehtävä 19. (Tehtävässä on painovirhe; kämmen on 4 sormea!)  
b) Laske katkaistun pyramidin tilavuus, kun tunnet sen pohja- ja katonneliöiden sivut a ja b ja sivusärmän pituuden s.
7. Ratkaise väärän sijoituksen menetelmällä:  $x + \frac{1}{9}x = 35$ . Käytä tavallista numerojärjestelmää.

**Kaksoisvirran maat.**

8. Kirjoita 60- järjestelmässä luku 12345678987654321
9. Tehtävän tarkoituksena on mm. saada tuntumaa 60-järjestelmän tehokkuuteen.
  - (1) "a)" Kuinka kauas on euron kolikko (halkaisija 23,25 mm) vietävä, jotta se näkyisi yhden kaarisekunnin kulmassa?
  - (2) "b)" (Likimain) kuinka monta "numeroa"  $\in \{1, 2, \dots, 59\}$  on luvun  $10^n$  babilonialaisessa, siis hexagesimaalimuodossa. Entä kuinka pitkä  $10^n$  on binääriluvuksi kirjoitettuna? Arvioi eri lukujärjestelmien etuja ja haittoja.

### Tarvittavia tietoja.

- (1) 10-järjestelmä. Hieroglyfien  $\mathbf{N}$  ja  $\{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbf{N}\}$ .
- (2) Mittayksiköt:
- (a) pituus: kyynärä on 7 kämmentä, kukin **4 sormeä**. 100 kyynärää on köysi, khet.
  - (b) ala: setat on neliökhet, siis noin  $\frac{1}{4}$  hehtaaria. Pilkotaan puoliksi, neljäsosaksi, jne (Binääri !)
  - (c) tilavuus on perussuure: yksikkö hekat on noin gallona eli 5 litraa.
  - (d) hekatin paloittelu yleensä binaariosiin tai 1/10- osaksi (perusruučku on siis noin 1/2 litraa) (Binaariosat merkittiin toisinaan n horuksensilmämerkein. Mahdollinen yhteys sarjaan  $\sum 2^{-n}$ .)
  - (e) Käänteinen kulmakerroin, eli loivuus: yksi seked on yhden kyynärän nousuun (tai laskeutumiseen) tarvittava sivusuuntainen matka KÄMMENINÄ. 45 asteen nousukulmaa vastaa siis 7 sekediä, loivempia kulmia isompi seked-luku. Tässä on takana tietenkin yhdenmuotoisuuden käsite ja siis viime kädessä trigonometrian alku!
  - (f) ”laatu”: Laatu on käänteinen lukumäärä. Yksikkö ”pesu” ilmoittaa yhdestä viljahekatista leivottujen leipien (tai pantujen kaljatuoppien) lukumäärään.
- (3) Luonnollisten lukujen tulo: Algoritmi: ”tuplaa ja summa” palauttaa kaiken helppoiksi yhteenlaskuiksi: esimerkiksi  $9 \times 5$  lasketaan muodostamalla ensin luvut 5,  $2 \times 5$ ,  $4 \times 5$  ja *lasketaan*  $8 \times 5$  ja huomaamalla, että  $9 = 8 + 1$ , joten  $9 \times 5 = 8 \times 5 + 1 \times 5$ . Taas binääri-ideat!
- (4)

$$\frac{1}{n} \times \frac{1}{m}$$

lasketaan tekemällä edelliset laskutoimitukset nimittäjässä.

- (5)  $n \times \frac{1}{m}$  on vaikea. Samoin  $\frac{n}{m}$  (samako?). Menettely on hienostunut:

$$\begin{array}{r}
 \frac{47}{33} \quad ? \\
 \checkmark \quad 1 \quad 33 \\
 \checkmark \quad \frac{1}{3} \quad 11 \\
 \checkmark \quad \frac{1}{11} \quad 3 \\
 \hline
 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{11} \quad 47.
 \end{array}$$

Vaikeampi tehtävä:

$$\begin{array}{r}
 \frac{33}{47} \quad ? \\
 1 \quad 45 + 2 = 47 \\
 \checkmark \quad \frac{2}{3} \quad 30 + (1 + \frac{1}{3}) = 31 + \frac{1}{3} \\
 \checkmark \quad \frac{1}{47} \quad 1 \\
 \checkmark \quad \frac{1}{94} \quad \frac{1}{2} \\
 \checkmark \quad \frac{1}{282} \quad \frac{1}{6}
 \end{array}$$

---


$$\frac{2}{3} + \frac{1}{47} + \frac{1}{94} + \frac{1}{282} \quad 33$$

tai vaihtoehtoisesti:

$$\begin{array}{r}
 \frac{33}{47} \quad ? \\
 1 \quad 45 + 2 = 47 \\
 \checkmark \quad \frac{1}{2} \quad (22 + \frac{1}{2}) + 1 = 23 + \frac{1}{2} \\
 \quad \frac{1}{5} \quad 9 + (\frac{1}{5} \times 2) \\
 \checkmark \quad \frac{1}{5} \quad 9 + \frac{1}{3} + \frac{1}{15} \text{ Katsottu taulukosta !} \\
 \checkmark \quad \frac{1}{470} \quad \frac{1}{10}
 \end{array}$$

---


$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{470} \quad 33$$

Mitä kertoimia kannattaa valita pitkin matkaa? Esimerkiksi edellisessä on ensimmäisessä vaiheessa valittu puolikas aika satunnaisesti (vrt. edellinen). Toisessa vaiheessa huomataan, että  $\frac{1}{2} \times 47 = 23\frac{1}{2}$ , joten jäännös, eli tavoite on  $33 - 23\frac{1}{2} = 9\frac{1}{2}$ . Viidennes 47:sta on jo hyvin lähellä tätä.

- (6) Ei tiedetä tarkkaan, miten egyptiläiset kirjurit onnistuivat laatimaan oheisen  $\frac{2}{n}$ :n taulukon ( $n$  pariton!).
- (7) Murtolukujen yhteenlaskumetodi oli periaatteessa nykyinen, siis yhteisen tekijän (nimittäjien pyj tai tulo tms.) eteenotto. Näin voit menetellä.
- (8) Egyptiläisten kaava pyramidintyngän tilavuudelle on  $\frac{1}{3}h(a^2 + ab + b^2)$ , missä  $h$  on korkeus. Onko se oikein? Misytä korkeus? Laske modernilla tavalla. Boyerin mukaan ei ole suoria todisteita siitä, että egypttiläiset olisivat tunteneet Pythagoraan lauseen, mutta tarumainen (?) Pythagoras oli nuorena Egyptissä - tosin vasta yli tuhat vuotta Ahmes-kirjurin jälkeen. Koeta (vaikka netistä) ottaa selvää, osasivatko egypttiläiset laskea neliöjuuria!