

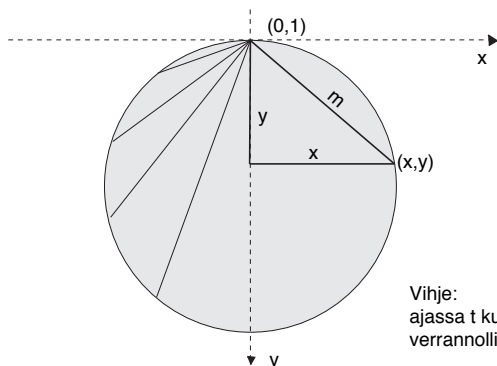


### Esseet

Esseen voi tehdä itse valitsemastaan aiheesta. On kuitenkin hyvä kysyä minulta, onko aihe hyvä. Ikävä olisi esimerkiksi, jos kaikki kirjoittaisivat samasta. Aiheeksi käy esimerkiksi jonkin matemaattisen idean tai asian kehityshistoria, jonkin kulttuuripiirin matemaattinen taso/luonne, jonkin henkilön matemaattinen työ - jopa yksittäinen oivallus tai muu samantapainen juttu. Pelkkä henkilöhistoria ilman matematiikkaa ei kelpaa! Halukkaat voivat pyytää monistamaan esseensä muille halukkaille. Kurssin tulos menee reksiteriin, kun tentti ja essee on tehty. Essee ei vaikuta laatuarvosanaan (paitsi jos se on aivan erinomainen).

Demopisteet kelpaavat kumpaankin lopputenttiin.

1. Osoita oikeaksi Bombellin väite, että  $4 + \sqrt{-1}$  on luvun  $52 + \sqrt{-2209}$  kuutiojuuri. (Mikä mies olikaan Bombelli?)
2. Joko: Piirrä perspektiivikuva shakkilaudasta (nappuloineen, jos kiinnostaa).  
Tai: Etsi (esim.) renessanssiajan maisema- tai arkkitehtuurikuva ja tunnista siitä äärettömyys- eli katoava piste, horisontti ja muita perspektiiviopin piirteitä.
3. Miten kolmannen asteen yhtälön  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  kertoimet liittyvät yhtälön juuriin? (Tiedät kai Vietan kaavana tunnetun vastaavan tuloksen toisen asteen yhtälölle?) Tämän yhteyden todisti selvästi vasta Girard 1600-luvulla, mutta renessanssin matemaatikot tunsivat ainakin vakiotermin merkityksen.
4. Piirrä tavallista asteikollista viivoitinta apuna käyttäen likimääräisesti Mercatorin kulmatarkan sylinteriprojektiokartan asteruudukko 20 asteen välein käyttämättä tehtävän 10) tulosta. Riittää tarkastella pohjoista pallonpuoliskoa ja leveyksiä väliltä  $0^\circ - 90^\circ$ .
5. (Galilei) Onton pallon huipusta pudotetaan massapiste suoraa viivaa pitkin kitkatta. Aika, joka kuluu kunnes se törmää seinään, ei riipu suunnasta! Perustele?



Vihje:  
ajassa  $t$  kuljettu matka  $m$  on  
verrannollinen loppunopeuteen.

6. Kehitä logaritmin laskusääntöjä vastaavat kaavat (oleellisesti) Napierin logaritmeille  $N \log x = a \log \frac{a}{x}$ .

7. Napier käytti N-logaritmitaulujensa laatimiseen 20 vuotta. Tulos oli hyvä, virheitä vähän. Kun hän oli valmis, hän huomasi, että nykyaikaisen tyyppinen 10-kantainen taulukko olisi kätevämpi. Sellaista hän ei eläessään saanut valmiiksi, mutta jutteli asiasta Briggsin kanssa, joka teki työn. Briggs ei muuntanut Napierin taulukoita vaan laski kokonaan uudet. Briggsin logaritmitaulut olivat käytössä tietokoneiden kehittämiseen asti.

Laske logaritmitaulukon avulla tulo  $4567 \cdot 45678$ .

Itse asiassa Napier ei edes mainitse, miten lasketaan tulon logaritmi. Koska tähtitieteen laskuissa tarvittiin pelkkää trigonometriaa, laaditiin alun perin logaritmitaulukoiden ja trigonometrinen taulukoiden yhdistelmiä. Tällainen

$$34^\circ 40' \quad 5688011 \quad 5642242 \quad 3687872 \quad 1954370 \quad 8224751 \quad 55^\circ 20'$$

1. sarakkeella on kulma  $\alpha$ , toisella sen sini, viimeinen sarake on  $90^\circ - \alpha$  ja edellinen sen sini eli  $\cos \alpha$ . Kolmas ja viides sarake ovat (Napier-)logaritmit näistä sineistä. Keskimäinen sarake on naapuriensa erotus, siis  $N \log \tan \alpha$ .

a) Laadi vastaava rivi luonnollisin logaritmein tai 10-kantaisin.

b) Olkoon kolmiosta annettu kaksi kulmaa  $\alpha$  ja  $\beta$  sekä  $\alpha$ :n vastainen sivu  $a$ . Selitä, miten lasketaan (nykyaikaistetun) Napierin taulukon avulla sivu  $b$ . (Sinilause!)

c) Entäpä miten lasketaan  $\beta$ , jos on annettu kaksi sivua  $a$  ja  $b$  ja niiden välinen kulma  $\gamma$ ?

Vihje: Huomaa, että tiedät summan  $\alpha + \beta$ . Nyt kannattaa käyttää apuna kaavaa (jota ei tarvitse todistaa)

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\tan \frac{1}{2}(\alpha + \beta)}{\tan \frac{1}{2}(\alpha - \beta)}.$$

8. Määrää Cavalierin periaatteella (Boyer s. 466, Suomela s. 36) toruksen tilavuus, kun pyörähtävän ympyrän säde on  $r$  ja ympyrän keskipisteen etäisyys pyörähdysakselista on  $R$ . (Vertaa makaavaan sylinteriin, pituus  $2\pi R$ , säde  $r$ .)

9. (Jos jää aikaa) Määritä Vièten trigonometrisella menetelmällä (Boyer sivu 439) sadasosan tarkkuudella juuri yhtälölle

$$x^3 - 9x^2 + 15x + 7 = 0.$$

10. (Jos jää aikaa) Laske Mercatorin kartan leveyspiiriviivojen korkeudet. Tuloksessa esiintyy muistakseni sekä  $\tan$  että  $\log$ . Tarkasta tulos vertaamalla piirrostehtävän kuvioon.