



**GEOMETRIA**

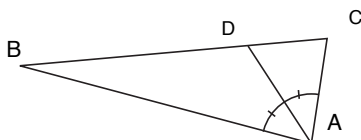
**Harjoitus 9 / 2008**

**D380 keskiviikkoisin 8-10, 12-14 ja 16-18.**

1. EUKLEIDEEN JA VÄHÄN STEINERINKIN GEOMETRIA:

1. Todista lause 3.1.6: Olkoot  $\ell$  ja  $m$  yhdensuuntaisia suoria sekä  $n$  suoraa  $\ell$  normaali ja  $t$  suoraa  $m$  normaali. Tällöin  $n$  ja  $t$  ovat joko samoja tai yhdensuuntaisia.

2. Osoita, että kolmion kulman puolittaja jakaa vastakkaisen sivun viereisten sivujen suhteessa, siis kuvan tilanteessa  $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ .

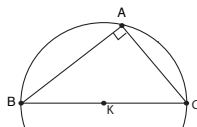


3. Osoita, että mielivaltaisen suunnikkaan lävistäjät puolittavat toisensa.

4. Olkoon  $\triangle ABC$  kolmio,  $A'$  sivun  $BC$  keskipiste,  $B'$  sivun  $CA$  keskipiste ja  $C'$  sivun  $AB$  keskipiste. Osoita, että  $\triangle BA'C' \sim \triangle BCA$ .

5. Oleta, että  $\triangle ABC$  on kolmio,  $\overleftrightarrow{A'B'} \parallel \overleftrightarrow{AB}$ ,  $\overleftrightarrow{BC} \parallel \overleftrightarrow{B'C'}$  ja  $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{A'C'}$  ja osoita, että  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ .

6. a) Kertaa kierroksen 5) tehtävästä 7) miten konstruoidaan ympyrälle  $\alpha$  tangentti, joka kulkee  $\alpha$ :n ulkopuolella olevan pisteen  $P$  kautta. Käytettiin apuna tunnettua *kehäkulmalauseen* erikoistapausta, jonka mukaan kehäkulma puoliympyrässä on suora kulma.



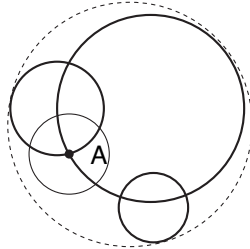
b) Konstruoi kahdelle samankokoiselle ympyrälle yhteinen tangentti.

c) Konstruoi kahdelle erikokoiselle ympyrälle yhteinen tangentti. On eri tapauksia. Tutkitaan tilanne, jossa ympyrät ovat toistensa ulkopuolella.

7. Konstruoi ympyrä, joka kulkee annetun pisteen  $Q$  kautta ja sivuaa kahta toisensa pisteessä  $P$  leikkaavaa suoraa. Oletetaan, että  $Q$  ei ole kummallakaan suoralla. Vihje: homotetiasta on apua; piirrä kuvio ensin kokoa vaille oikein.

8. Miten konstruoi ympyrän, joka sivuaa kahta suoraa ja annettua ympyrää? On eri tapauksia. Tutkitaan tilanne, jossa ympyrä ei leikkaa suoraa. Vihje: tehtävän 1 c) ratkaisu.

**9.** (Apollonioksen ongelma) Kerro, miten voi konstruoida harpilla ja viivoittimella ympyrän, joka sivuaa kolmea annettua ympyrää. On eri tapauksia. Tutkitaan tilanne, jossa ainakin kaksi annetuista ympyröistä leikkaa toisiaan jossain pisteessä  $A$ . Vihje: Invertoi jonkin  $A$ -keskisen ympyrän suhteen.



## 2. POHDITTAVAA - EI KUULU DEMOSARJAAN

**10.** Miksi paralleeliaksioma seuraa Pythagoraan lauseesta? Ts. miksi Pythagoraan lause ei päde hyperbolisessa geometriassa. Sivujen neliöt tulkitaan sivujen pituuksien (lukuja) neliöiksi - geometrisia neliöitähän ei ole hyperbolisessa geometriassa.

**11.** Etsi ja lue monisteesta kosinilause ja sinilause todistuksineen. Tässä on kyseessä euklidinen geometria. Onko olemassa sinin ja kosinin käsite hyperbolisessa geometriassa? Etsi vastausta esim. internetistä. Entä onko Pythagoraan lause sittenkin ”pelastettavissa”.