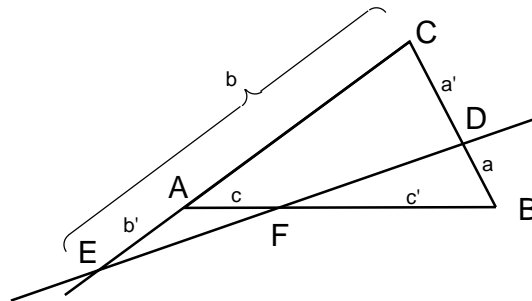


Välikokeet pidetään 25.10. ja 19.12. Loppukoe siirretään pidettäväksi myöhemmin. Harjoituksista saatavat lisäpisteet otetaan huomioon sekä kummassakin välikokeessa että tässä loppukokeessa. Jos tulee ongelmia, ottakaa yhteyttä.

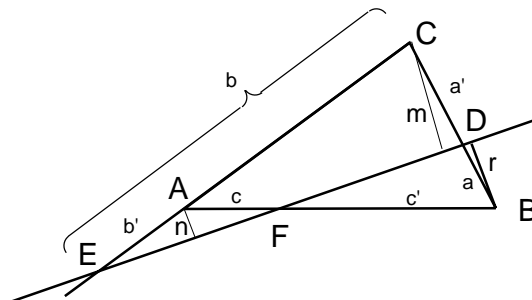
Eukleideen geometriaa.

1. Todista Menelauksen lause noin vuodelta 100 eaa:

Olkoon $\triangle ABC$ kolmio ja s suora, joka ei ole minkään sivun suuntainen. Jatketaan kolmion sivut suoriksi, jotka oletuksen mukaan leikkaavat suoraa s pisteissä D, E ja F , kuvan mukaisessa järjestyksessä nimettyinä. Suoran s ei tarvitse leikata annettua kolmiota, kuten kuvassa on valittu. Merkitään etäisyyksiä kuten kuvassa. Tällöin $abc = a'b'c'$.



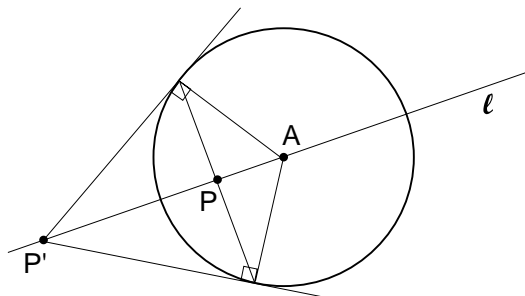
Ohje: Piirrä normaalit n, m, r ja etsi yhdenmuotoisia kolmioita.



2. Todista Menelauksen lauseen käänteinen puoli: Olkoon $\triangle ABC$ kolmio. Jatketaan kolmion sivut suoriksi, ja valitaan niiltä pisteet D, E ja F kuvan mukaisesti nimettyinä ja merkitään etäisyyksiä kuten kuvassa. Jos tällöin $abc = a'b'c'$, niin D, E ja F ovat samalla suoralla eli *kollineaariset*. Vihje: Käytä Menelauksen lausetta!

KÄÄNNÄ

3. Todista, että allaolevien kuvien tilanteessa pisteet P ja P' ovat toistensa kuvat *inversiossa* eli *peilauksessa 1-säteisen (!) ympyrän suhteen*, eli että $\overline{AP} \cdot \overline{AP'} = 1$ ja $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AP'}$.



4. (jatkoa) a) Annettuna ympyrä ja sen ulkopuolinen piste. Konstruoi harpilla ja viivoittimella pisteen kuva inversiossa.
 b) Kuten a) , mutta annettuna sisäpuolinen piste.
5. Annettuna O -keskinen ympyrä α ja sitä pisteessä P sivuava tangentti t . Osoita, että t :n kuva inversiossa on ympyrä, jonka halkaisija on jana OP . (Väitteessä on pieni virhe. Mikä?)

Hilbertin geometriaa.

6. Osoita, että suoria on äärettömän paljon.
7. Olkoot AB ja CD janoja. Keksi tai katso, miten määritellään janojen summa ja janan monikerta. Perustele, että jos $AB \cong CD$, niin $n \cdot AB \cong n \cdot CD$ kaikilla $n \in \mathbb{N}$. Entäpä kääntäen: ovatko yhtenevien janojen n :nnet osat (määrittele!) yhtenevät?
8. Todista lauseen 2.4.12 kohta (iii) eli osoita, että kolmelle kulmalle tasan yksi seuraavista pätee: $\angle A < \angle B$, $\angle A \cong \angle B$ tai $\angle B < \angle A$.