GEOMETRIA 2004 **Harjoitus 4**
D380 keskiviikko 8-10, 12-14 ja 16-18.

Euklidisen geometrian harjoittelua.

1. Konstruoi kahden toisiaan sivuavan ympyrän kaikki yhteiset tangentit.

2. Konstruoi kahden erillisen ympyrän kaikki yhteiset tangentit.

Aksioomien ristiriidattomuus ja riippumattomuus.

Tarkastellaan seuraavia aikaisemmasta poikkeavia "uusgeometrisia" aksioomia, joissa peruskäsitteitä ovat *piste*, *suora* ja *suora kulkee pisteen kautta*.

(A1) Jos P ja Q ovat eri pisteitä, niin on olemassa ainakin yksi suora, joka kulkee niiden kautta.

(A2) Jos P ja Q ovat eri pisteitä, niin on olemassa korkeintaan yksi suora, joka kulkee niiden kautta.

(A3) Jos l ja m ovat eri suoria, niin on olemassa ainakin yksi piste P, jonka kautta sekä l että m kulkevat.

(A4) On olemassa ainakin yksi suora.

(A5) Jokainen suora kulkee ainakin kolmen eri pisteen kautta.

(A6) Jos l on suora, niin on olemassa ainakin yksi piste, jonka kautta l ei kulje.

(A7) Jokainen suora kulkee korkeintaan kolmen eri pisteen kautta.

3. Osoita, että edellisestä listasta valitsemasi aksioomaa (Ai) on riippumaton muista aksioomista muodostamalla malli, joka toteuttaa kaikki muut aksioomat (A1)–(A7) mutta ei aksioomaa (Ai).

4. Kuten edellinen, mutta eri tehtävä

5. Kuten edellinen, mutta eri tehtävä

6. Kuten edellinen, mutta eri tehtävä

7. Osoita, että ylläoleva aksioomajärjestelmä on ristiriidaton konstruoimalla malli joka toteuttaa kaikki aksioomat (A1)-(A7).

8. Todista että "geometriassa", joka toteuttaa aksioomat (A1)–(A7), on olemassa ainakin seitsemän pistettä.

9. Todista että "geometriassa", joka toteuttaa aksioomat (A1)–(A7), on olemassa enintään seitsemän pistettä.

Välissäoloa.

10. Konstruoi viiden pisteen suora — siis viisi pistettä sisältävä malli Hilbertin insidenssiaksioomille (H1)-(H2) (Huom:(H3) puuttuu) — ja määrittele sitten suorallasi "välissäolo" niin, että aksioomat (H4)–(H6) toteutuvat.