



## Algebra 2 B / 2009 Maanantai 9.3.09 klo 10-12 MAD 380 Harjoitus 1

1. (jatkoa) Newtonin yhtälöiden käyttö. Etsi www-tietoa.
2. Totta vai tarua
  - (a) Kuntalaaajennuksen  $\mathbb{L} : \mathbb{K}$   $\mathbb{K}$ -automorfismit muodostavat  $\mathbb{C}$ :n alikunnan.
  - (b) Kuntalaaajennuksen  $\mathbb{L} : \mathbb{K}$   $\mathbb{K}$ -automorfismit muodostavat ryhmän.
  - (c) Galois'n ryhmän  $\Gamma(\mathbb{L} : \mathbb{K})$  kiintopistekunta sisältää kunnan  $\mathbb{K}$ .
  - (d) Galois'n ryhmän  $\Gamma(\mathbb{L} : \mathbb{K})$  kiintopistekunta sisältää kunnan  $\mathbb{L}$ .
  - (e) Galois'n ryhmän  $\Gamma(\mathbb{L} : \mathbb{K})$  kiintopistekunta sisältyy kuntaan  $\mathbb{K}$ .
  - (f) Galois'n ryhmän  $\Gamma(\mathbb{L} : \mathbb{K})$  kiintopistekunta sisältyy kuntaan  $\mathbb{L}$ .
  - (g) Galois'n ryhmän  $\Gamma(\mathbb{L} : \mathbb{K})$  kiintopistekunta on  $\mathbb{K}$ .
3. Määää seuraavien  $\mathbb{Q}$ -polynomien hajoituskunnat (muodossa  $\mathbb{Q}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ ).
  - (a)  $x^3 - 1$
  - (b)  $x^4 + 5x^2 + 6$
  - (c)  $x^6 - 8$
4. (jatkoa) Määää näiden asteet  $\mathbb{Q}$ :n laajennuksina.
5. Mitkä seuraavista kuntalaaajennuksista ovat normaaleja?
  - (a)  $\mathbb{Q}(\pi) : \mathbb{Q}$
  - (b)  $\mathbb{Q}(\sqrt{-5}) : \mathbb{Q}$
  - (c)  $\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}$ , missä  $\alpha = \sqrt[3]{5} \in \mathbb{R}$
  - (d)  $\mathbb{Q}(\sqrt{5}, \alpha) : \mathbb{Q}$ , missä  $\alpha = \sqrt[3]{5} \in \mathbb{R}$
  - (e)  $\mathbb{R}(\sqrt{-7}) : \mathbb{R}$
6. Osoita, että jokainen 2-asteinen kuntalaaajennus on normaali. (Tässä on puhe  $\mathbb{C}$ :n alikunnista, siis lukukunnista.)
7. (jatkoa) Entä, jos aste ei ole 2?
8. \*. Olkoon  $\Sigma$   $\mathbb{K}$ -polynomin  $f$  hajoituskunta ja  $\mathbb{L}$  välikunta, ts.  $\mathbb{K} \subset \mathbb{L} \subset \Sigma$ . Onko  $\Sigma$   $\mathbb{L}$ -polynomin  $f$  hajoituskunta?